

Fiche révision optique I

Optique géométrique:

- Indice optique: $n = c/v \geq 1$.

↳ $n \in \mathbb{R}$ si milieu non dispersif

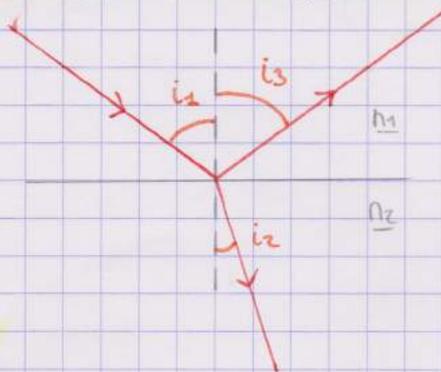
- Chemin Optique:

$$L(n, n') = [n, n'] = \int_{\vec{n}, \vec{n}'} n \cdot d\vec{s} = c \cdot \Delta t_{n \rightarrow n'} = -[n', n]$$

Principe de Fermat:

- un rayon lumineux a un chemin optique stationnaire
- ↳ rectiligne dans milieu homogène

Loi de Snell - Descartes



$$n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$$

$$i_1 = i_3$$

↳ Si $n_1 > n_2$ on a un angle maximal $i_m = \arcsin(n_2/n_1)$

Equation des rayons lumineux

$$\frac{d(n \vec{u})}{ds} = \vec{\text{grad}}(n)$$

$$\text{avec } \vec{u} = \begin{cases} dx/ds \\ dy/ds \\ dz/ds \end{cases}$$

* Théorème Ptolémée

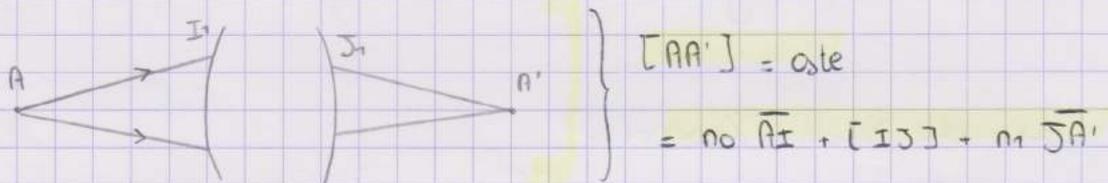
- Tout point sur une surface d'onde est à même chemin optique
↳ orthogonalité dans milieux isotropes

Formation des images en lumière incohérente:

- **Objet réel:** se trouve avant (S)
- **Objet virtuel:** se trouve après (S)
- **Image réelle:** se trouve après (S)
- **Image virtuelle:** se trouve avant (S)

- Stigmatisme rigoureux:

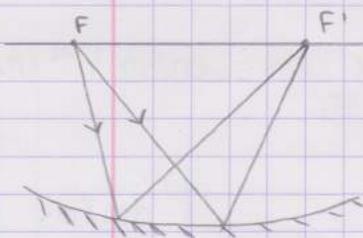
- tout rayon passant par A passe par A'



- Miroir Plan.

$$[AA'] = 0$$

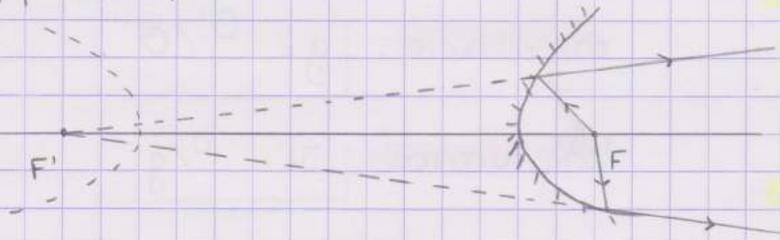
- Miroir elliptique



$$\text{Foyers : } [FF'] = F \Pi + \Pi F' = o s t e$$

Fiche révision optique II

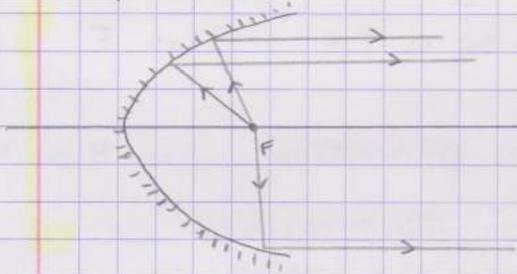
- Miroir hyperbolique



Foyers

$$[FF'] = F\Gamma - \Gamma F' = 2ae$$

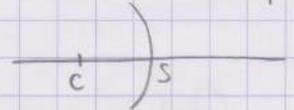
- Miroir parabolique:



- Dioptries

$$\frac{n'}{SA'} - \frac{n}{SA} = \frac{n' - n}{SC}$$

S: Sommet du dioptre
C: le centre du dioptre

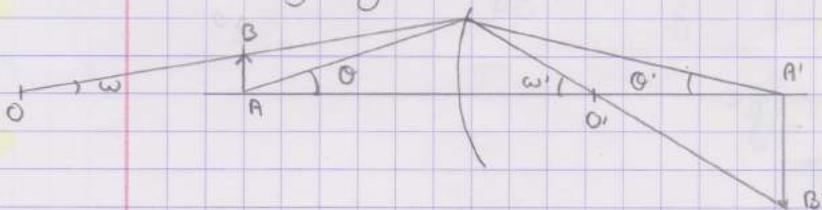


- Conditions de Gauss:

- angles par rapport axe optique petits
- angles par rapport dioptres petits
- distance par " axe optique petite

Stigmatisme approché
⇒ 1 objet → 1 image

- Relation Lagrange - Helmholtz:



$$n \overline{AB} \omega = n' \overline{A'B'} \omega' = n \overline{OA} \omega \theta = n' \overline{O'A'} \omega' \theta'$$

- Grandissements

- grandissement transversal : $\gamma = \overline{A'B'} / \overline{AB}$
- " angulaire : $g = \theta' / \theta$
- " longitudinal : $\gamma_e = \delta / g$

- Elements cardinaux

- plan focal image : image des objets à l' ∞ $\Rightarrow F'$
- plan focal objet : son image est à l' ∞ $\Rightarrow F$
- ↳ plan où $\delta = +1$: plans principaux $\Rightarrow H$ et H'
- $\delta = -1$: plans antiprincipaux
- $g = +1$: plans nodaux $\Rightarrow N$ et N'
- $g = -1$: plans antinodaux

$$\Rightarrow \text{Systemes minces } \overline{HH'} = \overline{NN'} = 0 \quad \Rightarrow N = N' = H = H' = 0$$

- Relation de conjugaison

- distance focale = $\overline{HF} \approx \overline{OF} = f'$
- vergence : $v = -n/f$ (en dioptre : $1D = 1m^{-1}$)
- $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{f}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$
- $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = ff' = -f^2$
- $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$

Fiche révision optique III

- Matrice de transfert

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ n \alpha \end{bmatrix}_s = T \begin{bmatrix} \alpha \\ n \alpha \end{bmatrix}_e$$

• Réfraction:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -V & 1 \end{bmatrix} \quad \text{avec } V = \frac{n_1 - n_0}{R} = -\frac{2n}{R} \quad (\text{reflexion})$$

• Translation

$$T = \begin{bmatrix} 1 & \overline{z_0 z_1} / n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Miroir Sphérique:

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = r^2 / 4$$

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = -2/r$$

- Lentille Sphérique

$$\frac{1}{f'} = (n_0 - 1) \left(\frac{1}{R_e} - \frac{1}{R_s} \right)$$

• Lentilles accolées:

$$V = V_1 + V_2 - dV_1V_2 = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} - \frac{d}{f'_1 f'_2}$$

* Instruments d'optique:

- Puissance: $P = \frac{\alpha'}{AB}$

avec α' angle sous lequel voit $A'B'$

- Grossissement: $G = \alpha' / \alpha$

- Puissance intrinsèque: $P_i = 1/f'$

- Grossissement commercial: $G_c = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{AB/f'}{AB/dm} = \frac{1}{4f'}$

↳ Vu à travers l'objet % vu au plus près de l'œil

- Diaphragmes

• Diaphragme ouvertüre: contrôle quantité lumière qui atteint plan image

↳ antécédent = pupille d'entrée

↳ image = pupille sortie

↳ Ouverture numérique O.N. = $n_o \cdot \sin(\mu_o)$

↳ Nombre ouvertüre N.O. = f' / D_{pe}

• Diaphragme de champ: celui qui limite ce qu'on voit

↳ antécédent = lucarne entrée (si $\neq F \Rightarrow$ luminosité non uniforme)

↳ image = lucarne sortie

- Aberrations chromatiques

$$\text{↳ } n(\lambda) = A + B/\lambda^2$$

↳ couleurs ne sortent pas au même endroit

$$\text{↳ Nombre d'Abbe : } A = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$$

$A > 50$ crown "légers"

$A < 50$ flint "lourds"

- Aberrations géométriques

↳ On n'est dans les conditions Gauss qui sont une approximation

Fiche révision optique IV

Interférence et cohérence

• Modèle du train d'ondes

- Emission onde E_1 par des excitation

↳ temps et direction aléatoire

↳ fréquences en peu diff. Effet Doppler \propto forces inter-atoms

* Interférences

• Superposition de deux ondes lumineuses

$$I_{\text{tot}} = k \langle E_1^2 \rangle + k \langle E_2^2 \rangle + 2k \langle E_1 E_2 \rangle.$$

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos \varphi \rangle$$

⚠ Il faut deux ondes de même fréquence

non polarisées orthogonalement

$\varphi_2(t) = \varphi_1(t + \Delta t_0)$ et $\Delta t_0 \ll \tau_c$: cohérents

• Interferomètre à division de front d'onde

- Trous d'Young

$$\varphi(n) = \frac{2\pi \delta}{\lambda}$$

$$\text{Constructif} \left\{ \begin{array}{l} \varphi = 2n\pi \\ \delta = n\lambda \end{array} \right.$$

$$\delta = \frac{ax}{D}$$

$$\text{Destructif} \left\{ \begin{array}{l} \varphi = (2n+1)\pi \\ \delta = (n + \frac{1}{2})\lambda \end{array} \right.$$

$$\text{Interfrange : } i = \frac{\lambda D}{a} \rightarrow \text{depende de } \lambda$$

⚠ Reflexion sur miroir au pt cge $\Rightarrow \varphi \rightarrow \varphi + \pi$.
Passage $n_1 > n_2$

• Source de largeur b à distance d

↳ perte interférence si $b \gg \lambda d/a$.

• Source largeur spectrale $\Delta\lambda$

↳ longueur cohérente $l_c = \lambda^2/\Delta\lambda$

↳ interférences si $\delta \ll l_c$

- Interféromètres à division d'amplitude

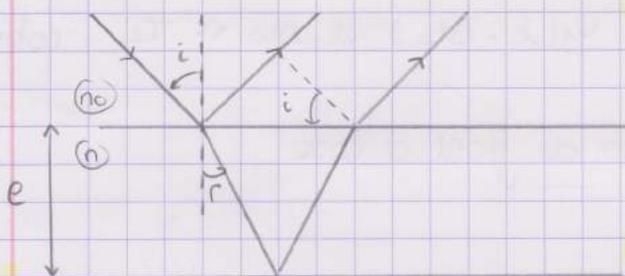
• Reflexion partielle de la lumière sur une face

• lame à faces parallèles

* coeff en amplitude

$$r_{12} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

$$t_{12} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$



Interférences à l' ∞

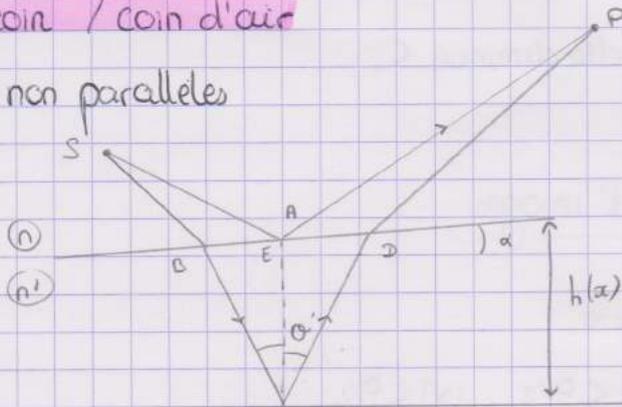
↳ $\delta = 2ne \cos(r)$

↳ interférences sont ce-de lq : $2ne \cos(r) = k\lambda$

Fiche révision Optique V

Lame en coin / coin d'air

- faces non parallèles

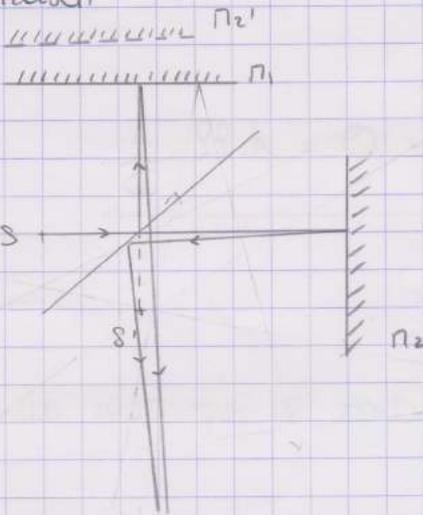


↳ $\delta = 2 n' h(x) \cos \theta' \approx 2 n' x \cdot \alpha \cos \theta'$

↳ On observe des franges pour $h' h(x) = \text{cte}$

↳ franges d'égales épaisseur (ex: bulle de savon)

Interféromètre de Michelson



$2e = p\lambda$

$2e \cos(i) = p\lambda$

$\Rightarrow 2e(1 - \cos(i)) = k\lambda$

↳ $2e \frac{ik^2}{2} = k\lambda$

$\Rightarrow ik = \sqrt{\frac{k\lambda}{e}}$

et $r_k = f' \tan(ik)$

- lame d'air : $n_2' \parallel n_1 \Rightarrow \delta = 2e \cos(r)$

↳ lentille \Rightarrow anneaux $r_k = f' \sqrt{\frac{k\lambda}{e}} = f' \tan(ik)$

- coin d'air n_2' et $n_1 : \alpha \Rightarrow \delta = 2\alpha x \cos(i)$

↳ $iy = \frac{\lambda}{2\alpha \cos i}$

• Contraste : $C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$

↳ Source non ponctuelle diminue C.

Diffraction et formation d'images

- Diaphragme rectangulaire

$$t = \begin{cases} 1 & \text{si } |x| < a/2 ; |y| < b/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$I(x, y) = I_0 \operatorname{sinc}^2\left(\pi \frac{x a}{\lambda}\right) \operatorname{sinc}^2\left(\pi \frac{y b}{\lambda}\right)$$

$$\approx I_0 \operatorname{sinc}^2(x) = \boxed{I_0 \frac{\sin^2 x}{x^2}}$$

- Diaphragme circulaire :

$$\boxed{\sin \theta \approx \theta = 1,22 \frac{\lambda}{D}}$$

- Fente d'Young

- Figure de diffraction se superpose aux interférences

- Reseaux :

- Formule des réseaux :

$$\boxed{\delta = a (\sin \theta_0 - \sin \theta)}$$

↳ franges en $\sin(\theta_k) = \sin(\theta_0) + k \frac{\lambda}{a}$

Fiche révision optique VI

- Comme on a N sources

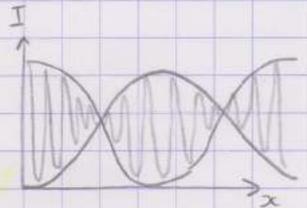
$$I = |S_{\text{tot}}|^2 = \left| \sum_i s_i \right|^2 = \left| \sum_p s_p e^{i p \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta} \right|^2$$

↳ position pics principaux : $\sin \theta - \sin \theta_0 = k \lambda_0 / a$

↳ Finesse = $\mathcal{F} = \frac{\text{distance entre 2 pics}}{\text{largeur pic}} = N$

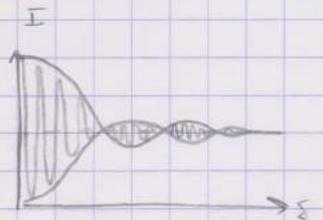
* Source avec 2 longueurs d'onde:

$$I(x) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi a x}{D \lambda} \right) \cos \left(\frac{\pi a x e}{D} \cdot \frac{\Delta \lambda}{\lambda_1 \lambda_2} \right) \right)$$



* Source avec largeur spectrale $\Delta \nu$

$$I(x) = I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi \delta}{c} \nu_0 \right) \text{sinc} \left(\frac{2\pi \delta}{c} \Delta \nu \right) \right)$$



* Source avec largeur spatiale:

↳ perte de cohérence en sinc.

- Diffraction Fraunhofer

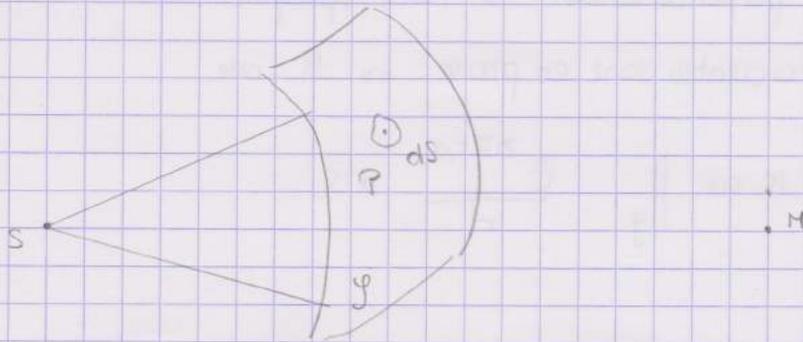
• figure à l'infini a dans le plan conjugué de la source par un système optique

① Déterminer plan conjugué de la source

② Placer le diaphragme

Diffraction. I

Rappels



• Principe de Huygens Fresnel :

- chaque point P de la surface g (fictive) se comporte comme une source secondaire d'ondes sphériques, dont la fréquence et la phase sont les mêmes que pour l'onde incidente.

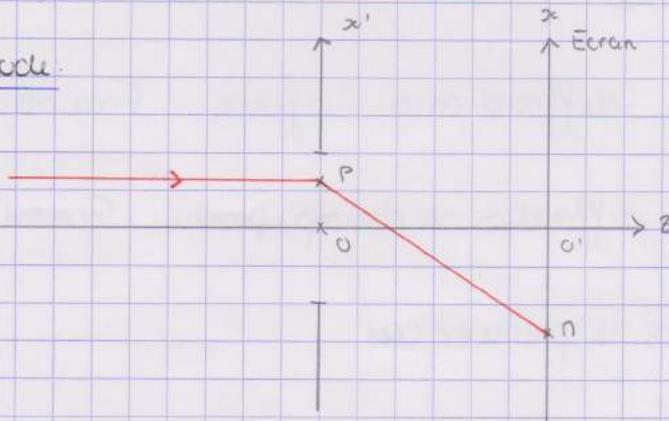
L'amplitude de l'onde secondaire est proportionnelle à celle de l'onde incidente en P et à la surface élémentaire d^2S de g entourant P (Huygens)

- L'ensemble des ondes secondaires sont cohérentes entre elles et l'éclairement de M résulte de leur interférences. (Fresnel)

$$\Rightarrow a(M) = \iint_g K a(P) \frac{e^{2i\pi \frac{r}{\lambda}}}{r} \cdot d^2S \quad \text{avec } r = |\vec{PM}|$$

Cadre de notre étude :

Soit $l \rightarrow \infty$



- On a une source à l'infini. elle émet des ondes planes.
- L'écran est perpendiculaire à l'axe optique
- Les ondes incidentes sont en phase $\Rightarrow K = \text{cste}$

$$\Rightarrow a(\pi) = K \cdot a_0 \iint_{\mathcal{S}} \frac{e^{2i\pi r/\lambda}}{r} d^2S.$$

- On note ρ la taille caractéristique de l'ouverture

$$\hookrightarrow \rho \ll D$$

$$\hookrightarrow \frac{1}{r} \approx \frac{1}{D}$$

$$\begin{aligned} r^2 &= D^2 + (X-x)^2 + (Y-y)^2 \\ &= D^2 \left(\frac{(X-x)^2}{D^2} + \frac{(Y-y)^2}{D^2} + 1 \right) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow r = D \left(1 + \frac{(X-x)^2}{2D^2} + \frac{(Y-y)^2}{2D^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{r}{\lambda} = \frac{D}{\lambda} + \frac{x^2+y^2}{2\lambda D} + \frac{X^2+Y^2}{2\lambda D} - \frac{xX+yY}{\lambda D}$$

$$\text{On pose } \mathcal{F} = \frac{\rho^2}{2\lambda D}$$

- $\mathcal{F} \ll 1$: diffraction à l'infini : Fraunhofer

- $\mathcal{F} \gg 1$: diffraction de champ proche : Fresnel

On va se placer dans le premier cas

Diffraction II

$$a(\pi) = K a_0 e^{\frac{2i\pi}{\lambda} (D + \frac{x^2 + y^2}{2D})} \iint_y e^{-\frac{2i\pi}{\lambda} \left(\frac{xX + yY}{D} \right)} dx dy$$

Dans la pratique : $a(\pi) = A_0 \iint_y t(x, y) e^{\frac{2i\pi}{\lambda} \frac{xX + yY}{D}} dx dy$

II - Diffraction par un diaphragme absorbant

$$t(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2} (1 - \cos(2\pi x/a)) & \text{si } |x| < a/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

① On veut calculer $a(\pi) = A_0 \iint t(x, y) e^{\frac{2i\pi}{\lambda D} (xX + yY)} dx dy$

$$a(\pi) = \frac{1}{2} \int_{-a/2}^{a/2} (1 - \cos(2\pi x/a)) e^{-\frac{2i\pi}{\lambda D} \cdot xX} dx$$

$$= \frac{A_0}{2} \int_{-a/2}^{a/2} e^{-\frac{2i\pi}{\lambda D} xX} dx + \frac{A_0}{2} \int_{-a/2}^{a/2} \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) e^{\frac{2i\pi}{\lambda D} xX} dx$$

① $= \frac{A_0}{2} \left[-\frac{\lambda D}{2i\pi x} e^{-\frac{2i\pi}{\lambda D} xX} \right]_{-a/2}^{a/2}$

$$= \frac{A_0}{2} \frac{\lambda D}{\pi x} \sin\left(+\frac{\pi a x}{\lambda D}\right) = +\frac{a A_0}{2} \text{sinc}\left(\frac{\pi a x}{\lambda D}\right)$$